Andrzej Jankowski (Warszawa)
Wiktor Marek (Lexington, Kentucky)
Ewa Orłowska (Warszawa)
Andrzej Skowron (Warszawa)

Cecylia Rauszer (1942–1994)

13 maja 1994 roku logika polska poniosła wielką stratę.

Zmarła dr hab. Cecylia Rauszer, profesor Uniwersytetu Warszawskiego, ciesząca się wysokim uznaniem międzynarodowym, człowiek o pięknych i cennych cechach charakteru.

Cecylia Rauszer urodziła się 28 listopada 1942 roku w Grzegorzewicach położonych w pobliżu Ostrowca Świętokrzyskiego.

W czasie niemieckiej okupacji Zbysław Rauszer, Ojciec Cecylii został niesłusznie oskarżony przez partyzantów Armii Ludowej o zabójstwo ich żołnierza. Była to prowokacja. Partyzanci Armii Ludowej naszli dwór z wyrokiem śmierci na Ojca Cecylii, a nie zastawszy Go, zamordowali Matkę, Jadwigę Rauszer (z domu Reklewską) i spalili dom. Cudem ocalały maleńkie dzieci Cecylia i Jej brat Tomasz.

Druga żona Ojca, pani Renata Rauszer, przejęła na siebie obowiązki matki, radości i smutki z tym związane. Cecylia uważała Ją zawsze w sercu i wobec świata za prawdziwą matkę.

W 1949 roku Cecylia rozpoczęła naukę w szkole podstawowej nr 21 na Bielanach w Warszawie. Kontynuowała naukę w Liceum Ogólnokształcącym nr 22, które ukończyła w roku 1960.

W tym samym roku roku rozpoczęła studia na Wydziale Matematyki i Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, z którym od tego czasu była nierozerwalnie związana. Studia matematyczne ukończyła w roku 1964 z wynikiem bardzo dobrym i uzyskała tytuł magistra matematyki na podstawie wykonanej pod kierunkiem Profesora Stefana Rolewicza pracy pt. "Ideały domknięte dwustronne w pierścieniach operatorów nad przestrzeniami Banacha, zawierającymi l^p".

W 1964 roku rozpoczęła pracę na Uniwersytecie Warszawskim jako asystent w Katedrze Podstaw Matematyki. Starszym asystentem została w roku 1966. Doktoryzowała się w roku 1971 na podstawie pracy pt. "Struktury semi-booleowskie i ich zastosowanie do logiki intuicjonistycznej z dualnymi funktorami". Promotorem Jej pracy doktorskiej była Profesor Helena Rasiowa.

W 1971 roku została adiunktem w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego.

Stopień doktora habilitowanego uzyskała w roku 1977 na podstawie rozprawy pt. "An algebraic and Kripke approach to certain extensions of intuitionistic logic" [16].

Od roku 1978 do roku 1991 była docentem w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego, a w roku 1991 otrzymała stanowisko profesora nadzwyczajnego w tym Instytucie. W latach 1985-87 pracowała jako profesor wizytujący na Wydziale Informatyki Uniwersytetu Stanowego Kentucky, Lexington, USA. W latach 1975-76 oraz 1991-92 związana była również z Instytutem Matematycznym PAN.

Była członkiem komitetów redakcyjnych czasopism logicznych o zasięgu międzynarodowym, a mianowicie Studia Logica oraz Journal of Non-Classical Logic. Była członkiem Association for Symbolic Logic.

O wysokiej pozycji naukowej Cecylii Rauszer w międzynarodowym środowisku matematycznym świadczą między innymi liczne zaproszenia na wykłady do 25 uniwersytetów w świecie, w tym do Brazylii, Bułgarii, Francji, Holandii, Izraela, Japonii, Jugosławii, Kanady, Niemiec, Norwegii, USA oraz Jej udział z wykładami w 18 międzynarodowych specjalistycznych konferencjach. Do licznych znanych ośrodków akademickich była zapraszana wielokrotnie.

Cecylia Rauszer była wzorowym nauczycielem akademickim. Prowadzone przez Nią wykłady i seminaria cieszyły się bardzo dużym zainteresowaniem wśród studentów Uniwersytetu Warszawskiego. Regularnie przyjeżdżali na nie również studenci z innych ośrodków akademickich np. z Krakowa, Poznania i Siedlec.

W okresie pracy w Uniwersytecie Warszawskim prowadziła wykłady kursowe i monograficzne z logiki matematycznej oraz zastosowań logiki matematycznej w informatyce, jak również seminaria dla studentów i młodych pracowników naukowych poświęcone tym dziedzinom. Wypromowała 3 doktorów: Andrzeja Jankowskiego, Idę Jokisz i Annę Gomolińską. Była promotorem ponad 50 prac magisterskich z logiki matematycznej i jej zastosowań, dla wielu studentów była wymagającym, ale i wspomagającym opiekunem naukowym. Jej wszechstronna wiedza, bardzo duża pracowitość oraz nadzwyczajna umiejętność mobilizowania do pracy były powszechnie podziwiane przez Jej uczniów. Potrafiła sprawić, że ciężka, badawcza praca stawała się przyjemnością i wspaniałą przygodą intelektualną.

Cecylia Rauszer intensywnie angażowała się w różne działania organizacyjne i społeczne, związane z matematyką polską.

W latach siedemdziesiątych pełniła funkcję sekretarza Zespołu Dydaktyczno-Wychowawczego Matematyki przy Ministerstwie Szkolnictwa Wyższego. Za tę działalność otrzymała czterokrotnie nagrodę Ministra.

Była współorganizatorem międzynarodowej konferencji pt. "Open Days in Model Theory and Set Theory" w Jadwisinie w roku 1981.

W 1988 roku organizowała XXXVIII semestr "Algebraic Methods in Logic and their Computer Science Applications" w Międzynarodowym Centrum Matematycznym im. Stefana Banacha.

Była prezesem Fundacji Rozwoju Matematyki Polskiej oraz prezesem Fundacji Nauki Matematyczne w Informatyce.

W roku 1978 była sekretarzem Polskiego Towarzystwa Matematycznego. W latach 1991-1993 była prezesem Oddziału Warszawskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

Była współorganizatorką Polskiego Towarzystwa Logiki i Filozofii Nauki oraz wiceprzewodniczącą Rady Naukowej tego Towarzystwa.

Cecylia Rauszer prowadziła też działalność w zakresie popularyzacji matematyki. Przez kilka lat prowadziła w Młodym Techniku dział matematyczny, występując pod pseudonimem Alef Zero. Te popularno-naukowe artykuły zostały później zebrane przez Nią w książce pt. "Rozmaitości matematyczne". Brała też czynny udział w opracowaniu kilku encyklopedii matematyki.

Jej pasją było również pływanie. Jako czternastoletnia dziewczynka zdobyła mistrzostwo Polski w kategorii młodzików. Przez całe dorosłe życie sport ten dawał Jej wiele satysfakcji, a jego uprawianie zapewne nauczyło Ją wytrwałości i pokonywania trudów zmęczenia. Imponowała wszystkim swoimi umiejętnościami pływackimi.

Wielka życzliwość, urok osobisty, promienny uśmiech oraz niespożyta energia i niezłomna siła charakteru, która w najtrudniejszych sytuacjach dawała Jej wiarę w pomyślne rozwiązanie, zjednały Cecylii Rauszer głeboką sympatię i przywiązanie zarówno kolegów, jak i uczniów.

Jej stratę odczuliśmy boleśnie.

Liczne kondolencje z różnych krajów świata wyrażają głebokie uznanie i sympatię dla Cecylii Rauszer oraz żal po Jej stracie.

Cecylia Rauszer na zawsze pozostanie w pamięci i sercach Jej przyjaciól i całego środowiska jako wzór naukowca i nauczyciela akademickiego oddanego całkowicie w pracy badawczej matematyce i podstawom informatyki. Była kontynuatorką tradycji polskiej szkoły matematycznej i logicznej.

Badania naukowe Cecylii Rauszer.

Cecylia Rauszer reprezentowała w swej działalności naukowej polską szkołę logiczną, rozsławioną w okresie międzywojennym przez światowej sławy uczonych takich jak: Kazimierz Ajdukiewicz, Stanisław Leśniewski, Adolf Lindenbaum, Jan Łukasiewicz, Alfred Tarski. Kontynuowane po drugiej wojnie światowej badania naukowe, zainicjowane przez członków tej szkoły i obejmujące nowe obszary badawcze, pozwoliły utrzymać logikę polską na wysokiej pozycji międzynarodowej.

Pojawienie się komputerów i rozój informatyki spowodowały, że logika matematyczna stanęła w obliczu nowych wyzwań i nowych, czasem zupełnie odmiennych od poprzednio analizowanych problemów. Metody dotychczasowe okazały się częstokroć zbyt proste, z uwagi na to, że nie brały pod uwagę konieczności analizy własności algorytmów, w szczególności ich złożoności. Ponadto obszary logiki, które uprzednio zdawały się być egzotyczne, abstrakcyjne i dalekie od zastosowań (na przykład λ-rachunek, teorie typów czy logiki modalne) okazały się blisko powiązane z programowaniem, dostarczając narzędzi do opisu składni i semantyki języków programowania i innych konstrukcji w informatyce. W procesie zmian wykształciła się logika stosowana - (ang. applied logic), która stała się obecnie dziedziną bardzo ważną i intensywnie rozwijaną.

Wieloletnia praca naukowa Cecylii Rauszer przyniosła cenne wyniki, opublikowane w niemal 50 pracach, zarówno w samej logice matematycznej, jak i jej zastosowaniach w informatyce.

1. Logika Heytinga-Brouwera

Jej zainteresowania i badania naukowe w dziedzinie logiki matematycznej dotyczą głównie logik nieklasycznych. W pracy doktorskiej [4] i habilitacyjnej [16] oraz pracach [1]-[5], [8]-[9], [11]-[13], [15], [16] rozwinęła teorię logik Heytinga-Brouwera: podała semantykę algebraiczną oraz semantykę Kripkego dla wersji zdaniowej i pierwszego rzędu tych logik, podała pełną aksjomatyzację tych logik w stylu Hilberta i Gentzena. Prowadziła też badania nad logikami pośrednimi, w szczególności nad semantykami typu Kripkego i semantykami algebraicznymi dla tych logik.

W badaniach nad systemami logicznymi ugruntowane są dwie metody definiowania ich semantyki. Semantyka systemu logicznego jest określona przez podanie klasy algebr, odpowiadających danej logice, lub poprzez podanie odpowiedniej klasy struktur relacyjnych. Bardzo ważną rolę dla rozwoju badań nad semantyką algebraiczną odegrały prace George'a Boole'a, prace Adolfa Lindenbauma i Alfreda Tarskiego. Badania nad semantyką algebraiczną dla intuicjonistycznego rachunku predykatów zapoczątkował Andrzej Mostowski w roku 1948 w pracy: "Proofs of non-deducibility in intuitionistic functional calculus". Idea algebraicznej interpretacji formuł została rozwinięta zarówno w odniesieniu do logiki klasycznej, intuicjonistycznej, jak również innych systemów logik nieklasycznych przez Helenę Rasiową i Romana Sikorskiego w ich książce "The Mathematics of Metamathematics". Semantyka systemów logicznych, którą zadaje się przez klasę rodzin powiązanych ze sobą struktur relacyjnych, została zainicjowana przez Everta W. Betha oraz przez Stiga Kangera, a następnie rozwinięta przez Saula Kripkego i od tego czasu jest w literaturze logicznej powszechnie nazywana semantyką Kripkego. Badania logik nieklasycznych z semantyką Kripkego prowadzone były przez wielu autorów m.in. Verę Dycson, Georga Kreisela, Melvina Fittinga, Jaokko Hintikkę i Karla Schüttego.

Praca doktorska Cecylii Rauszer jest związana z metodami algebraicznymi w logice, które wiążą się silnie z tradycjami polskiej szkoły matematycznej. Cecylia Rauszer zbadała logiki intuicjonistyczne, wzbogacone o funktor dualny do negacji intuicjonistycznej i o funktor eksplikacji, dualny do intuicjonistycznej implikacji. Logikę tę nazwała logiką Heytinga-Brouwera (logika *H-B*). Logika intuicjonistyczna, która przyjęła wiele idei od Henri Poincaré była badana przez znakomitych logików i matematyków takich jak: Luitzigen E. J. Brouwer, Arend Heyting, Gerhard Gentzen, Kurt Gödel, Stephen C. Kleene, Andrzej Mostowski. Próby wzbogacenia tej logiki przez dodanie do niej innych funktorów zdaniotwórczych czynione były wcześniej przez Andrieja Markowa i Davida Nelsona, co doprowadziło do powstania tzw. logiki intuicjonistycznej z silną negacją, odmiennej od rozważanej w pracy doktorskiej Cecylii Rauszer. Intuicji funktora eksplikacji można doszukiwać się w pracach Jana Łukasiewicza. Badał on odpowiedniki reguły modus ponens w kontekście wnioskowania poprzez "odrzucanie". Z formalnego punktu widzenia, $a \dot{-} b$ w kracie zupełnej jest kresem dolnym takich elementów x, że $a \leq b \vee x$. Zatem w logice klasycznej eksplikacją $A \dot{-} B$ można interpretować jako $A \wedge \neg B$, co oznacza, że nie jest prawdziwa implikacja $A \Longrightarrow B$, gdzie A,B są formułami rachunku zdań. Wobec tego eksplikacja w logice klasycznej jest definiowalna za pomocą $\wedge$ i $\neg$. Inaczej jest w przypadku logiki intuicjonistycznej. Eksplikacji, rozumianej jako funktor zdaniotwórczy dualny do implikacji intuicjonistycznej, nie można zdefiniować za pomocą innych zdaniotwórczych funktorów intuicjonistycznych. Wyjaśnienie sensu eksplikacji $A \dot{-} B$ można oprzeć na realizowalności formuł intuicjonistycznych w sensie Stephena C. Kleenego za pomocą funkcji rekurencyjnych interpretowanych jako "konstruktywne metody dowodzenia prawdziwości formuł". Prawdziwość $A \dot{-} B$ można mianowicie rozumieć w ten sposób, że znany jest konstruktywny dowód, który prowadzi do sprzeczności, o ile tylko znany jest konstruktywny dowód prawdziwości B z prawdziwości A. Powracając ponownie na grunt logiki klasycznej oznacza to, że prawdziwość implikacji $A \Longrightarrow B$ prowadzi do sprzeczności.

Logika *H-B* jest scharakteryzowana algebraicznie przez kraty semi-boolowskie (tzn. przez kraty relatywnie pseudo-komplementarne z dodatkową operacją dualną do intuicjonistycznej implikacji). Algebra semi-boolowska jest algebrą $(A, \cup, \cap, \Rightarrow, \dot{-})$ taką, że jej redukt $(A, \cup, \cap, \Rightarrow)$ jest kratą relatywnie pseudo-komplementarną, nazywana też kratą Heytinga, zaś redukt $(A, \cup, \cap, \dot{-})$ jest kratą Brouwera. W algebrze semi-boolowskiej istnieją więc dwa pseudo-uzupełnienia – jedno ze względu na działanie $\Rightarrow$, czyli $\rceil a = a \Rightarrow \bigwedge$, drugie ze względu na operację $\dot{-}$, czyli $\lceil a = \bigvee \dot{-} a$. Cecylia Rauszer rozwinęła w swych pracach teorię tych algebr oraz związanych z nimi bitopologicznych algebr Boole'a. Ciekawe jest, że te ostatnie pojawiły się w związku z problemami minimalizacji sieci logicznych, a więc problemami dotyczącymi bezpośrednio zastosowań. Użyteczną okazała się następująca własność superpozycji $\rceil\lceil a$: każdy filtr ∇ w redukcie $(A,\cup,\cap)$ taki, że jeśli $a \in \nabla$, to $\rceil\lceil a \in \nabla$, wyznacza w algebrze $(A, \cup, \cap, \Rightarrow, \dot{-})$ relację kongruencji. Własność ta umożliwiła tworzenie ilorazowych algebr semi-boolowskich. W algebrach semi-boolowskich pojęcie filtru i ideału można zastąpić przez nowe analogiczne pojęcia $\rceil\lceil$ - filtru i $\lceil\rceil$ - ideału. Algebry te można dzielić przez tak określone filtry i ideały. Prawdziwe jest również twierdzenie o istnieniu maksymalnego ideału (filtru) tego typu. Twierdzenie o reprezentacji dla algebr semi-boolowskich otrzymała Cecylia Rauszer przez modyfikację klasycznej metody Stone'a. Uogólnieniem pojęcia algebry semi-boolowskiej jest pojęcie bitopologicznej algebry Boole'a, tzn. algebry Boole'a z dwiema operacjami wnętrza, sprzężonymi w takim sensie, że otwartość w sensie jednej operacji wnętrza oznacza domkniętość względem drugiej. Algebry semi-boolowskie to – z dokładnością do izomorfizmu – klasy elementów otwartych (w jednej z dwu topologii) bitopologicznej algebry Boole'a, te zaś są izomorficzne z podciałami przestrzeni bitopologicznych. Prowadzi to do wniosku, że algebry semi-boolowskie są kratami, których elementy są podzbiorami otwartymi przestrzeni bitopologicznych. Cecylia Rauszer podała nietrywialny przykład przestrzeni bitopologicznej, której nośnikiem jest zbiór Cantora. W Jej rozprawie doktorskiej zawarty jest wynik o zachowywaniu nieskończonych sum i iloczynów, analogiczny do lematu Rasiowej-Sikorskiego dla algebr Boole'a. Uogólniła Ona metodę Tarskiego-McKinseya na przypadek skończonych algebr semi-boolowskich. Teoria algebr semi-boolowskich została zastosowana przez Cecylię Rauszer do dowodów twierdzeń metalogicznych o logice *H-B*. Praca doktorska zawiera aksjomatyzację rachunku zdań tej logiki. Jako reguły wnioskowania przyjmuje się modus ponens oraz dodatkową regułę dla podwójnej negacji. Stosując technikę tworzenia algebr Lindenbauma, Cecylia Rauszer dowodzi twierdzenia o pełności dla rachunku *H-B*. Twierdzenie orzeka, że formuła jest tautologią rachunku zdań *H-B* wtedy i tylko wtedy, gdy jej realizacja w dowolnej algebrze semi-boolowskiej jest równa jedynce tej algebry. Formuła bez eksplikacji jest tautologią rachunku *H-B* wtedy i tylko wtedy, gdy jest tautologią intuicjonistyczną.

Pierwsza część pracy [16] jest poświęcona algebrom semi-boolowskim z działaniami nieskończonymi. Algebry te są wykorzystywane do badania rachunku predykatów logiki *H-B* w sposób analogiczny jak algebry Boole'a z operatorami nieskończonymi do badania klasycznego rachunku predykatów. Głównym rezultatem tej części pracy jest konstrukcja Q-filtrów i Q-ideałów oraz dowód twierdzenia o reprezentacji dla algebr semi-boolowskich z działaniami nieskończonymi. Twierdzenie to orzeka, że dla każdej algebry semi-boolowskiej A i każdej przeliczalnej rodziny Q sum i iloczynów nieskończonych w A istnieje semi-ciało podzbiorów zbioru uporządkowanego B i monomorfizm h z A w B, zachowujący sumy i iloczyny w Q. Zasadniczy problem w dowodzie tego twierdzenia sprowadza się do pokazania, że można zagwarantować istnienie dostatecznie wielu Q-filtrów, tak aby funkcja przyporządkowująca każdemu elementowi z algebry A zbiór Q-filtrów była różnowartościowa i zachowywała operacje $\Rightarrow$, $\dot{-}$. Analogiczne twierdzenie o reprezentacji jest prawdziwe dla D-pseudo-boolowskich algebr, które wyznaczają algebraiczną semantykę logiki Horna.

Głównym narzędziem do badania związków między modelami algebraicznymi i modelami Kripkego stanowią twierdzenia o reprezentacji. Cecylia Rauszer pokazała, że modele Kripkego logiki *H-B* mają stałą dziedzinę. Dowód tego faktu wykorzystuje pewną szczególną, wykazaną w rozprawie [16] własność logiki *H-B*, a mianowicie to, że można w niej wprowadzić syntaktycznie pojęcie tzw. formalnego odrzucania (pojęcie dualne do pojęcia dowodu formalnego). Badanie formuł odrzucanych zostało zapoczątkowane przez Jana Łukasiewicza i było następnie rozwijane przez Jerzego Słupeckiego i jego uczniów. W rozprawie [16] została opisana teoria formuł odrzuconych w sposób zupełnie różny od tego, który był proponowany przez Jana Łukasiewicza. Podane zostały podstawowe twierdzenia, dotyczące teorii formuł odrzuconych pierwszego rzędu, takie jak twierdzenie o pełności, dedukcji itp. Korzystając z tych twierdzeń udowodniono, że formuła α jest tautologią logiki *H-B* wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje model Kripkego ze stałą dziedziną, w którym formuła α jest prawdziwa. Twierdzenie o reprezentacji dla algebr semi-boolowskich pozwoliło pokazać, że w przypadku logiki *H-B* semantyka algebraiczna jest równoważna semantyce Kripkego. Analogiczne twierdzenie dla logiki intuicjonistycznej nie jest znane, natomiast jest ono prawdziwe dla logiki Horna.

W swych pracach (por. np. [16]) Cecylia Rauszer rozwinęła teorię modeli dla teorii elementarnych, opartych na logice *H-B*. Inspirację do tych badań stanowiły problemy związane z lematem Craiga. W rozprawie [16] podano dowód lematu interpolacyjnego Craiga zarówno dla logiki Horna, jak i dla logiki *H-B*. W tym celu udowodniono twierdzenie orzekające, że jeśli rodzina zbiorów zdań ma własność niesprzeczności (ang. abstract consistency property), to każdy element tej rodziny ma model Kripkego. Z twierdzenia tego wynikają jako wnioski: lemat interpolacyjny Craiga, twierdzenie Skolema-Löwenheima i twierdzenie o pełności.

Dla teorii opartych na logice *H-B* Cecylia Rauszer udowodniła twierdzenie, analogiczne do twierdzenia Keislera, podające warunki konieczne i dostateczne na to, aby struktura relacyjna była modelem teorii. W dowodzie tego twierdzenia wykorzystano tzw. twierdzenie diagramowe. Z kolei w dowodzie tego ostatniego zasadniczą rolę odgrywa fakt, iż modele Kripkego dla logiki *H-B* mają stałą dziedzinę. Twierdzenie Keislera zostało wykorzystane w dowodach szeregu klasycznych twierdzeń teorio-modelowych dla teorii, opartych na logice *H-B*, a wśród nich twierdzenie analogiczne do twierdzenia Łosia o ultraproduktach, twierdzenie Frayne'go-Scotta o elementarnej równoważności modeli, twierdzenie Tarskiego o elementarnych łańcuchach. Pokazano też, że suma dwóch teorii T oraz T' jest sprzeczna wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje zdanie α ze wspólnego języka tych teorii takie, że α jest twierdzeniem teorii T oraz $\urcorner\ulcorner\alpha$ jest twierdzeniem teorii T'. Klasa modeli Kripkego pewnej teorii *H-B* jest klasą PC_{Δ} (zdanie to nie jest prawdziwe dla teorii intuicjonistycznej).

2. Systemy formalne typu Gentzena.

Praca doktorska Cecylii Rauszer zawiera również opis systemu wnioskowania w stylu Gentzena dla rachunku zdań logiki *H-B*.

W systemach typu Gentzena podaje się reguły, które mówią o dopuszczalnych w danym systemie logicznym schematach wnioskowania. Reguły te mają postać

$$\frac{\Gamma_1 \vdash \Delta_1, \ldots, \Gamma_n \vdash \Delta_n}{\Gamma \vdash \Delta}$$

gdzie $\Gamma, \Gamma_i, \Delta, \Delta_i$, $i = 1, \ldots, n$, są skończonymi (być może pustymi) ciągami formuł. Klasyczna interpretacja reguły tej postaci jest następująca: z prawdziwości wszystkich formuł z Γ wynika prawdziwość co najmniej jednej z formuł z Δ, o ile tylko dla każdego $i = 1, \ldots, n$ z formuł z Γ_i wynika prawdziwość co najmniej jednej z formuł z Δ_i. Współczesne badania w podstawach informatyki pokazują, że interesujące i pożyteczne są również inne interpretacje reguł gentzenowskich.

Dla większości logik, którymi zajmowała się Cecylia Rauszer, starała się Ona znaleźć odpowiednią formalizację w stylu Gentzena. Wynikało to z Jej przekonania, że formalizacja tego typu mówi więcej o własnościach spójników logicznych niż tradycyjna, pochodząca od Davida Hilberta.

3. Logiki pośrednie

W roku 1932 Kurt Gödel wskazał na istnienie logik, których zbiory twierdzeń zawierają zbiór twierdzeń logiki intuicjonistycznej i są podzbiorami właściwymi zbioru twierdzeń logiki klasycznej. Logiki te noszą nazwę logik pośrednich (ang. intermediate logics). Wiadomo, że jest ich continuum.

W swych pracach, a szczególnie w swej rozprawie habilitacyjnej [16], Cecylia Rauszer badała pewne rozszerzenia logiki intuicjonistycznej, między innymi logiki, w których twierdzeniem jest tzw. prawo DIS tzn. schemat $\forall x(\phi(x) \vee \psi) \Rightarrow (\forall x \phi(x) \vee \psi)$, gdzie ϕ jest dowolną formuła, a ψ jest formuła, w której x nie występuje. Badania nad tą logiką zostały zapoczątkowane przez Alfreda Horna i Andrzeja Grzegorczyka. Okazało się, że logika intuicjonistyczna z dołączonym prawem DIS, zwana logiką Horna, jest fragmentem logiki *H-B* w tym sensie, że jeżeli formuła α nie zawiera spójników $\ulcorner$ oraz $\dot{-}$, to α jest tautologią logiki *H-B* wtedy i tylko wtedy, gdy α jest tautologią logiki Horna. Logika intuicjonistyczna z dwiema negacjami i implikacjami, dualnymi do siebie, pozwala na szersze zastosowanie aparatu algebraicznego w teorii modeli niż zwykła logika intuicjonistyczna. Główne wyniki, zawarte w pracy [16], dotyczą logiki *H-B* i logiki pośredniej z prawem DIS oraz teorii elementarnych, opartych na tych logikach.

Cecylia Rauszer prowadziła również badania nad nieklasycznymi rachunkami logicznymi, nawiązujące do poprzednio wymienionych Jej prac, dotyczące jednak innych logik. W pracach [18], [19], [22], [23] bada problem interpolacji dla pewnych logik pośrednich pierwszego rzędu oraz ich formalizację typu Gentzena. W pracy [19] buduje systemy typu Gentzena dla pewnych logik pośrednich pierwszego rzędu i korzystając z tego formalizmu dowodzi dla tych logik lematu interpolacyjnego. Praca [18] (wspólna z Hiroakira Ono) dotyczy modeli pewnych klas logik pośrednich. Podano w niej przykłady logik pośrednich, dla których nie istnieją modele algebraiczne ani modele Kripkego. Scharakteryzowano klasy logik pośrednich pierwszego rzędu, dla których istnienie modeli Kripkego pociąga za sobą istnienie modeli algebraicznych.

Poza badaniami bezpośrednio dotyczącymi logiki, Cecylia Rauszer prowadziła również aktywne badania w dziedzinie podstaw informatyki, w szczególności zastosowań logiki w informatyce. Dotyczą one przede wszystkim relacyjnych baz danych, logik niemonotonicznych oraz metod reprezentacji wiedzy.

4. Relacyjne bazy danych.

Relacyjne bazy danych są reprezentowane przez skończone ciągi atrybutów, na które nakłada się pewne warunki zwane zależnościami. Taką strukturę nazywa się schematem relacyjnym. Mając schemat relacyjny tworzymy bazę danych w postaci tablicy, której kolumny etykietowane są atrybutami, wiersze są skończonymi ciągami wartości odpowiednich atrybutów, a ponadto muszą być spełnione wszystkie zależności, postulowane w schemacie relacyjnym. Najbardziej typowe zależności to zależności funkcyjne i wielowartościowe. Zależność funkcyjna $X \longrightarrow Y$ między zbiorami atrybutów X i Y z pewnej bazy danych polega na tym, że każde dwa wiersze w tej bazie danych, mające identyczne wartości atrybutów ze zbioru X, mają również identyczne wartości atrybutów ze zbioru Y. Zależność wielowartościowa $X \rightarrow\rightarrow Y$ polega na tym, że jeśli dwa różne wiersze w_1 i w_2 mają identyczne wartości atrybutów ze zbioru X, to występują w bazie danych wiersze w_3 i w_4 takie, że w_3 ma wartości atrybutów z $X \cup Y$ takie same jak w_1, a wartości pozostałych atrybutów takie jak w_2, zaś w_4 ma wartości atrybutów z $X \cup Y$ takie jak w_2, a wartości pozostałych atrybutów takie jak w_1.

Wśród problemów, którymi zajmowała się Cecylia Rauszer w dziedzinie baz danych należy wymienić trzy kierunki badań:

- współzależności (i logiki je opisujące) dotyczące informacji zawartych w bazie danych;

- logiki użytkowników posiadających ograniczony dostęp do informacji o obiektach opisywalnych w bazie danych [21];

- logiczne aspekty rozproszonych i komunikujących się ze sobą baz wiedzy [44], [45], [47] i [48].

Pierwszy kierunek obejmował badania nad takimi zagadnieniami jak:

a) konstruowanie wszystkich zależności wynikających z zadanych zależności,

b) konstruowanie minimalnego zbioru zależności równoważnego (jako zbiór twierdzeń) zbiorowi zależności, występujących w schemacie relacyjnym,

c) konstruowanie logiki opisującej zależności funkcyjne i wielowartościowe.

Prace [26]-[29], [33], [34], [42] zawierają między innymi wyniki dotyczące powyższych zagadnień. Okazało się, że logika opisująca zależności funkcyjne to pewien fragment logiki pozytywnej implikacji. Jeśli ten fragment rozszerzymy przez dodanie do języka dwuargumentowego spójnika, który ma pewne własności alternatywy, to otrzymuje się tzw. D-logikę, która opisuje funkcyjne zależności. W swych pracach Cecylia Rauszer zbadała własności D-logiki, dla której modelami są relacyjne bazy danych. Logika ta jest rozstrzygalna. Skonstruowany został dla niej system gentzenowski, a to pozwoliło pokazać, że pewien układ zależności, używany standardowo w bazach danych, jest zależny. Problem ten został sformułowany przez Catriela Beeriego w 1977 w związku z praktycznymi potrzebami manipulowania bazami danych. W pracy [42] Cecylia Rauszer podaje algorytmy, pozwalające znajdować minimalne zbiory zależności funkcjnych.

Praca [33] poświęcona jest algorytmowi składania "podobnych" baz danych (t.j. baz danych o takim samym schemacie) w jedną dużą bazę danych. Rozważany tam problem motywowany jest czysto praktyczną potrzebą reprezentowania wielu "lokalnych" baz danych za pomocą jednej "globalnej" bazy. Idea pracy [33] polega na tym by użytkownik mógł postrzegać bazę złożoną z wielu baz danych jak jedną dużą bazę. Zapytania do tej "globalnej" bazy są rozkładane na zapytania "lokalne" tak by suma odpowiedzi stanowiła odpowiedż na oryginalne zapytanie. W pracy [33] zostały sformułowane algorytmy składania baz lokalnych jak również i dekompozycji zapytań. Dowiedziona też została poprawność tych algorytmów.

Do drugiego kierunku można zaliczyć prace [17], [20], [21], gdzie pojawia się nieoczekiwanie zastosowanie logik pośrednich do systemów, opisujących logikę uwzględniającą ograniczony dostęp do baz danych.

Obecnie coraz większego znaczenia w zastosowaniach informatyki mają badania dotyczace trzeciej grupy tematycznej poświęconej komunikującym się między sobą bazom danych, pracującym w sieci komputerowej, rozproszonej na całym świecie. Niestety te ciekawe badania Cecylii Rauszer zostały tragicznie przerwane.

5. Logiki niemonotoniczne.

W klasycznym ujęciu teorie formalne są monotoniczne, co oznacza, że wraz z rozszerzeniem zbioru założeń zbiór twierdzeń z nich wynikających nie zmniejsza się, być może nowe zdania stają się twierdzeniami, ale wszystkie poprzednio otrzymane są prawdziwe. Pod koniec lat siedemdziesiątych, wraz z rozwojem badań nad konstrukcją tzw. systemów inteligentnych, wystąpiła potrzeba badania systemów formalnych, które nie mają powyższej własności. Wiąże się to z faktem iż logika "codzienna" nie posiada własności monotoniczności. Nasze przekonania opierają się często na nieuzasadnionych przesłankach. Na przykład *przekonany jestem że dom mój stoi* (i używam tego faktu w dalszych wywodach) bo nie posiadam żadnej informacji temu przeczącej. Jednakże jeśli okaże się później że dom mój spalił się, to zarówno zdanie *dom mój stoi* jak i inne zdania, które zostały wywiedzione korzystając z tej przesłanki będą musiały być wycofane ze zbioru mych przekonań. Tak więc nowa informacja nie koniecznie powiększa zbiór przekonań. Logicy, przez ponad dwa tysiące lat, odrzucali możliwość formalizacji rozumowań opartych na logice "codziennej" (aczkolwiek można doszukać się w pracach Arystotelesa, że przewidywał on taką możliwość). Badania sztucznej inteligencji mające, w perspektywie, stworzyć systemy informatyczne rozumujące jak jednostki ludzkie spowodowały konieczność badania niemonotonicznych systemów logicznych, nazywanych powszechnie logikami niemonotonicznymi. Obecnie znanych jest szereg logik niemonotonicznych, w szczególności logika domniemań (ang. default logic) Raymonda Reitera, logika rozumowań minimalnych (ang. circumscription) Johna McCarthyego, modalne systemy niemonotoniczne Drew McDermotta i logika autoepistemiczna zaproponowana przez Roberta Moore'a.

W badaniach logik autoepistemicznych aktywny udział brała Cecylia Rauszer. Logika autoepistemiczna ze względu na ciekawe własności i związki z innymi logikami wzbudziła duże zainteresowanie wielu logików.

Wyniki Cecyli Rauszer w zakresie logik autoepistemicznych są zawarte w pracach [35]-[38], [40]. Logikę autoepistemiczną można traktować jako logikę modalną z operatorem L interpretowanym jako: *jestem przekonany, że*. Odpowiednikiem zbioru twierdzeń w logikach niemonotonicznych są stabilne zbiory formuł, które mogą być traktowane jako zbiory przekonań racjonalnie myślącej jednostki. W terminach logicznych można taki zbiór zdefiniować jako maksymalny zbiór S taki, że dla każdej formuły α jedna z formuł $L\alpha$,$\neg L\alpha$ należy do S. Są to dokładnie zbiory formuł prawdziwych w modelu logiki modalnej *S5* z relacją osiągalności z jedną składową spójności. Wiadomo, że każdy zbiór niesprzeczny w logice autoepistemicznej można rozszerzyć do stabilnego. W logice autoepistemicznej interesujące są zbiory stabilne, spełniające warunek: $S = Cn(S \cup Y)$, gdzie Cn jest klasyczną operacją konsekwencji, a Y jest pewnym zbiorem formuł. Nie każdy zbiór formuł ma takie rozszerzenie. Powstaje pytanie o charakteryzację zbiorów, mających rozszerzenia powyższej postaci, a jeśli dla danego zbioru formuł takie rozszerzenie istnieje, to jak wiele ich jest. Częściowe odpowiedzi na te pytania można znaleźć we wspomnianych pracach. Cecylia Rauszer interesowała się też algebraiczną charakteryzacją logik niemonotonicznych. Modelom algebraicznym tych logik poświęcone są prace [37], [38] i [40].

6. Metody reprezentacji wiedzy.

Badania dotyczące metod reprezentacji wiedzy mają długą i bogatą historię. Wśród autorów prac, poświęconych tej tematyce można znaleźć między innymi Bertranda Russella, Rudolfa Carnapa, Jaokko Hintikkę, Josepha Halperna, Kurta Konolige i wielu innych matematyków, informatyków i filozofów. Pierwotnie problemy związane ze zrozumieniem terminu *wiedza* jak i metody jej reprezentowania interesowały głównie filozofów. Od pewnego czasu stały się one również przedmiotem intensywnych badań matematyków i informatyków. Jednym z powodów szerszego zainteresowania tą problematyką była konieczność sformalizowania wnioskowań przy niepełnej informacji na użytek zastosowań w nowoczesnych systemach informacyjnych. Prorocze wydają się słowa Bertranda Russella: "The central problem of our age is how to act decisively in the absence of certainty" ("Centralnym problemem naszego wieku jest pytanie jak podejmować decyzje w sytuacjach niepewnych (przy braku pewności)". Samą wiedzę charakteryzuje Bertrand Russell w swej książce pt." An Inquiry into Meaning and Truth" w sposób następujący: "Knowing is a relation of the organism to something else or to a part of itself." To zdanie może stanowić motto do szeregu prac Cecylii Rauszer [28], [29], [41], [43]-[48]. W pracach tych bada Ona własności wiedzy, rozumianej jako umiejętność klasyfikacji, oraz buduje i bada systemy formalne, które reprezentowałyby tak rozumianą wiedzę. W pracach tych za punkt wyjścia przyjmuje ideę zbiorów przybliżonych, pochodzącą od Zdzisława Pawlaka (1982), wprowadzonych jako narzędzie do analizy wnioskowań przy niepełnej informacji. Jedną z cech charakterystycznych tego podejścia jest to, że pozwala ono zdefiniować pojęcie zbioru przybliżonego z "nieostrym brzegiem", zgodnie z intuicją podaną przez Gottloba Fregego w 1903 roku.

Jednym z trudniejszych problemów w badaniach nad systemami reprezentowania wiedzy jest konstrukcja logiki, której tautologiami byłyby formuły opisujące własności wiedzy. Tym problemom poświęcone są prace [41], [44]-[48]. W pracy [41] podana została logika, będąca narzędziem badania systemów informacyjnych. Aksjomaty specyficzne wyrażają podstawowe własności systemów informacyjnych. Reguły wnioskowania służą do generowania reguł decyzyjnych. Logika ta posłużyła Cecylii Rauszer jako punkt wyjścia do badań nad logikami systemów rozproszonych. W pracy [47] skonstruowała Ona system formalny, w którym tautologie wyrażają własności wiedzy (rozumianej jako klasyfikacja obiektów) grup jednostek obliczeniowych w systemach rozproszonych. W logice tej można wyrazić związki między wiedzą różnych agentów lub ich zespołów. Wyróżnione są dwa rodzaje operatorów wiedzy ogólnej, operator silnej wiedzy wspólnej dla grupy jednostek obliczeniowych (ang. strong common knowledge) oraz operator słabej wiedzy wspólnej grupy agentów (ang. weak common knowledge). W pracach [39], [43] zbadane zostały własności reduktów systemów informacyjnych.

Żyjemy w czasach, gdy wiele fundamentalnych problemów logiki zostało rozwiązanych, a punkt ciężkości badań logicznych przesunął się do logicznych podstaw informatyki i sztucznej inteligencji. Potrzeba zrozumienia *istoty* ludzkiego myślenia i zbudowania systemów informatycznych, które będą w stanie naśladować sposób rozumowania istot inteligentnych jest obecnie bardzo ważnym motorem badań logicznych. Badania Cecylii Rauszer, szczególnie w późniejszym okresie Jej działalności, były częścią tej dynamicznie rozwijającej się dziedziny zastosowań logiki matematycznej. Trudno jest pogodzić się z myślą, że studia te będziemy musieli kontynuować bez Jej udziału i pomocy.

Prace naukowe Cecylii Rauszer

[1] *Representation theorem for semi-boolean algebras I*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 19(1971), 881-887.

[2] *Representation theorem for semi-boolean algebras II*, Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Math. Astronom. Phys. 19(1971), 889-899.

[3] *A formalization of propositional calculus of H-B logic*, Studia Logica 33(1974), 24-34.

[4] *Semi-boolean algebras and their applications to intuitionistic logic with dual operations*, Fund. Math. 85(1974), 219-249.

[5] *Representation theorem for distributive pseudo-bollean algebras* (z B. Sabalskim), Bull. of the Sec. of Logic 3(3/4), (1974), 17-23.

[6] *Remarks on distributive pseudo-boolean algebras*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 23(1975), 123-129.

[7] *Notes on the Rasiowa-Sikorski Lemma*, Studia Logica 34(1975), 265-268.

[8] *On the strong semantical completeness of H-B predicate calculus*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 24(1976), 81-87.

[9] *Craig interpolation theorem for an extension of intuitionistic logic*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. Astronom. Phys. 25(1977), 337-341.

[10] *Model theory for an extension of intuitionistic logic*, Studia Logica 36(1977), 73-87.

[11] *Some remarks on model theory for an extension of intuitionistic logic* (abstract), J. Symbolic Logic 42(1997), 467.

[12] *An algebraic approach to the Heyting-Brouwer predicate calculus*, Fund. Math. 96(1977), 127-135.

[13] *Applications of Kripke models to Heyting-Brouwer logic*, Studia Logica 36(1977), 61-72.

[14] *Research work of Andrzej Mostowski in Logical Calculi*, w: A.Mostowski: Foundational Studies, Selected Works, PWN 1979, K. Kuratowski, W. Marek, L. Pacholski, H. Rasiowa, Cz. Ryll-Nardzewski, P. Zbierski (red.), XLI-XLIV.

[15] *Model theory for intuitionistic logic* (abstract), J. Symbolic Logic 44(1979), 459.

[16] *An algebraic and Kripke-style approach to a certain extension of intuitionistic logic*, Dissertationes Math. 157(1980), 1-62.

[17] *Logical foundation approach to user's domain restriction in data bases* (z A. Jankowskim), ICS PAS Reports No 418, Prace Instytutu Podstaw Informatyki PAN, Warszawa 1980.

[18] *On algebraic and Kripke semantics for intermediate logics* (z H.Ono) w: Universal Algebra and Applications, Series of Banach Center Publications 9, PWN Warszawa 1982, 431-438.

[19] *Gentzen-style axiomatization for some intermediate logic*, Proceedings of the 6-th Latin American Symposium on the Mathematical Logic, Caracas 1983.

[20] *On logical foundation approach to users' domain restriction in data bases I* (z A. Jankowskim), ICS PAS Reports No 494, Prace Instytutu Podstaw Informatyki PAN, Warszawa 1983.

[21] *Logical foundation approach to user's domain restriction in data bases* (z A. Jankowskim), Theoret. Comput. Sci., 23(1983), 11-36.

[22] *On a certain cut-free axiomatization of some intermediate logic* (abstract), J. Symbolic Logic 49(1984), 703.

[23] *Some problems on intermediate predicate logic* (abstract), J. Symbolic Logic 49(1984), 1438.

[24] *Algebraic and logical description of functional and multivalued dependencies*, Department of Computer Science, University of Kentucky, Lexington 1984, 1-53.

[25] *Selected problems of computerization in the cane sugar production*, Publications of United Nations Industrial Development Organization 1984.

[26] *Dependency of attributes in information systems* (z Z. Pawlakiem), Bull. Polish Acad. Sci. Math., 33(1985), 551-559.

[27] *Algebraic properties of functional dependencies*, Bull. Polish Acad. Sci. Math., 33(1985), 561-569.

[28] *An equivalence between theory of functional dependencies and a fragment of intuitionistic logic*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. 33(1985), 571-579.

[29] *Remarks on logic for dependencies*, Bull. Polish Acad. Sci. Math. 34(1985), 249-252.

[30] *An equivalence between indiscernibility relations in information systems and a fragment of intuitionistic logic*, Proceedings of the Fifth Conference on Computation Theory, Zaborów, December 1984, Lecture Notes in Computer Science 208, A.Skowron (red.), Springer-Verlag, Berlin 1985, 298-317.

[31] *An algebraic and logical approach to indiscernibility relations*, ICS PAS Reports No 559, Prace Instytutu Podstaw Informatyki PAN, Warszawa 1985.

[32] *A logic for indiscernibility relations*, Proceedings of the Conference on Information Sciences and Systems, Princeton University 1986, 834-837.

[33] *Query optimization in the database distributed by means of product of equivalence relations* (z W. Markiem) w: Proc. of the Workshop on Deductive Databases and Programming Languages, Washington 1986, również w: Fund. Inform. 11(1988), 241-286.

[34] *Algebraic and logical description of functional and multivalued dependencies*, w: Proc. of the Second International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems, Colloquia Program, Z.Raś, M.Emrich, A.Jankowski (red.), Oak Ridge National Laboratory, ORNL-6417, 145-155.

[35] *On stable autoepistemic theories*, w: Proc. of the Third International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems, Z.Raś, L.Saitta (red.), North Holland, 1988, 476-484.

[36] *Stable autoepistemic theories* (abstract), J. Symbolic Logic 55(1990), 426.

[37] *Expansions and models of autoepistemic theories*, 4th Workshop, CSL'90, Heidelberg, October 1-5, 1990, Lecture Notes in Computer Science 533, Springer-Verlag, Berlin 1991, 340-353.

[38] *On certain stable constructions*, w: Proc. of the Poster Session of the Fifth International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems, ICAT, UT-Knoxville, 1990, 226-236.

[39] *Reducts in information systems*, Fund. Inform. 15(1991), 1-12.

[40] *Algebraic considerations of autoepistemic logic*, Fund. Inform. 15(1991), 168-169.

[41] *Logic for information systems*, Fund. Inform. 16(1992), 371-382.

[42] *Dependencies in relational databases. Algebraic and logical approach*, Fund. Inform. 19(1993), 235-274.

[43] *The discernibility matrices and functions in information systems* (with A. Skowron), w: Intelligent Decision Support. Handbook of Applications and Advances in the Rough Set Theory, (red.) R. Słowiński, Kluwer, Dordrecht 1992, 331-362.

[44] *Distributive knowledge representation systems*, Foundations of Computing and Decision Sciences, 18(1993), 307-332.

[45] *Communication systems in distributed information systems*, Proc. of the Conf. Intelligent Information Systems, Augustów, June 7-11, 1993, 15-29.

[46] *Approximation methods for knowledge representation systems*, Proc. of the 7-th International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems (red.) J. Komorowski, Z. Ras, Lecture Notes in Computer Science vol. 689, 1993, 326-337.

[47] *Rough logic for multiagent systems*, w: Knowledge Representation and Reasoning under Uncertainty. Logic at Work, (red.) M. Masuch, L. Polos, Lecture

Notes in Artificial Intelligence vol. 808, 1994, 161-181, również w: ICS Research Report 27/93, Instytut Informatyki Politechniki Warszawskiej 1993, 1-26.

[48] *Knowledge representation systems for groups of agents*, w: Philosophical Logic in Poland, (red.) J. Wroński, Kluwer, Dordrecht 1994, 217-238.

Prace redaktorskie Cecylii Rauszer

[49] (red.) Proceedings of the Conference: *Open Days in Model Theory and Set Theory*, (z W. Guzickim, W. Markiem, A. Pelcem), University of Leeds, 1981.

[50] (red.) *Algebraic Logic and Its Applications* (special issue), Fund. Inform. 18(1993).

[51] (red.) *Algebraic Methods in Logic and Computer Science*, Banach Center Publications, Polish Academy of Sciences, Institute of Mathematics, Warszawa 1993.

Prace popularno-naukowe Cecylii Rauszer

[52] Logika z punktu widzenia matematyki, Problemy no 1(1976), 23-27.

[53] Semestr algebraiczny w Centrum Banacha (z A. Romanowską i T. Traczykiem), Wiadom. Mat. 22(1980), 319-323.

[54] Rozmaitości matematyczne, Nasza Księgarnia, Warszawa 1980, drugie wydanie 1983.

[55] Logika matematyczna, w: Leksykon Matematyczny (red. M. Kordos, W. Zawadowski, M. Skwarczyński), Wiedza Powszechna, Warszawa 1993, 74-106.